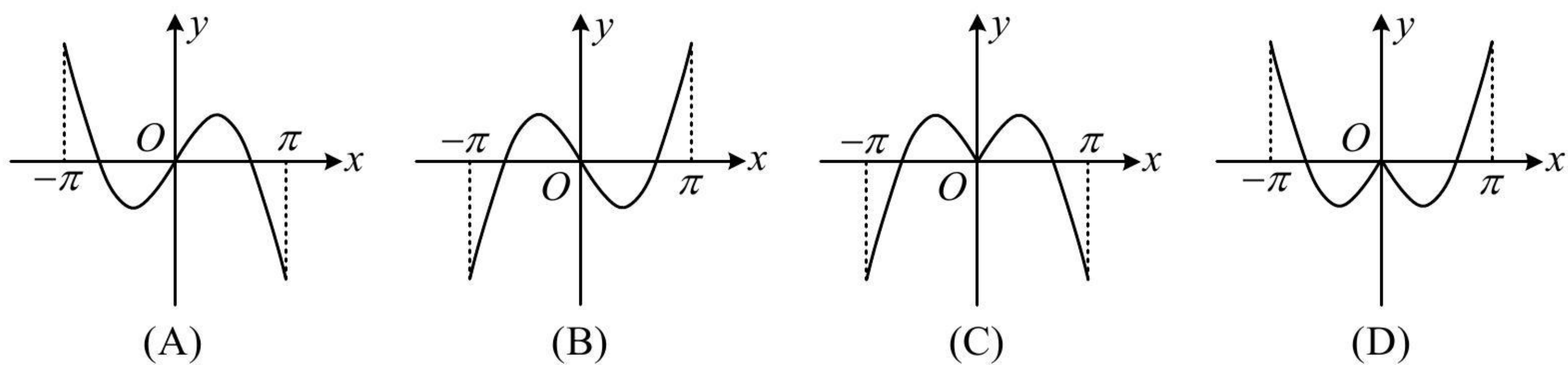


第 2 节 选解析式与选图象 (★★)

强化训练

1. (2020·浙江卷·★) 函数 $y = x \cos x + \sin x$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图象可能是 ()



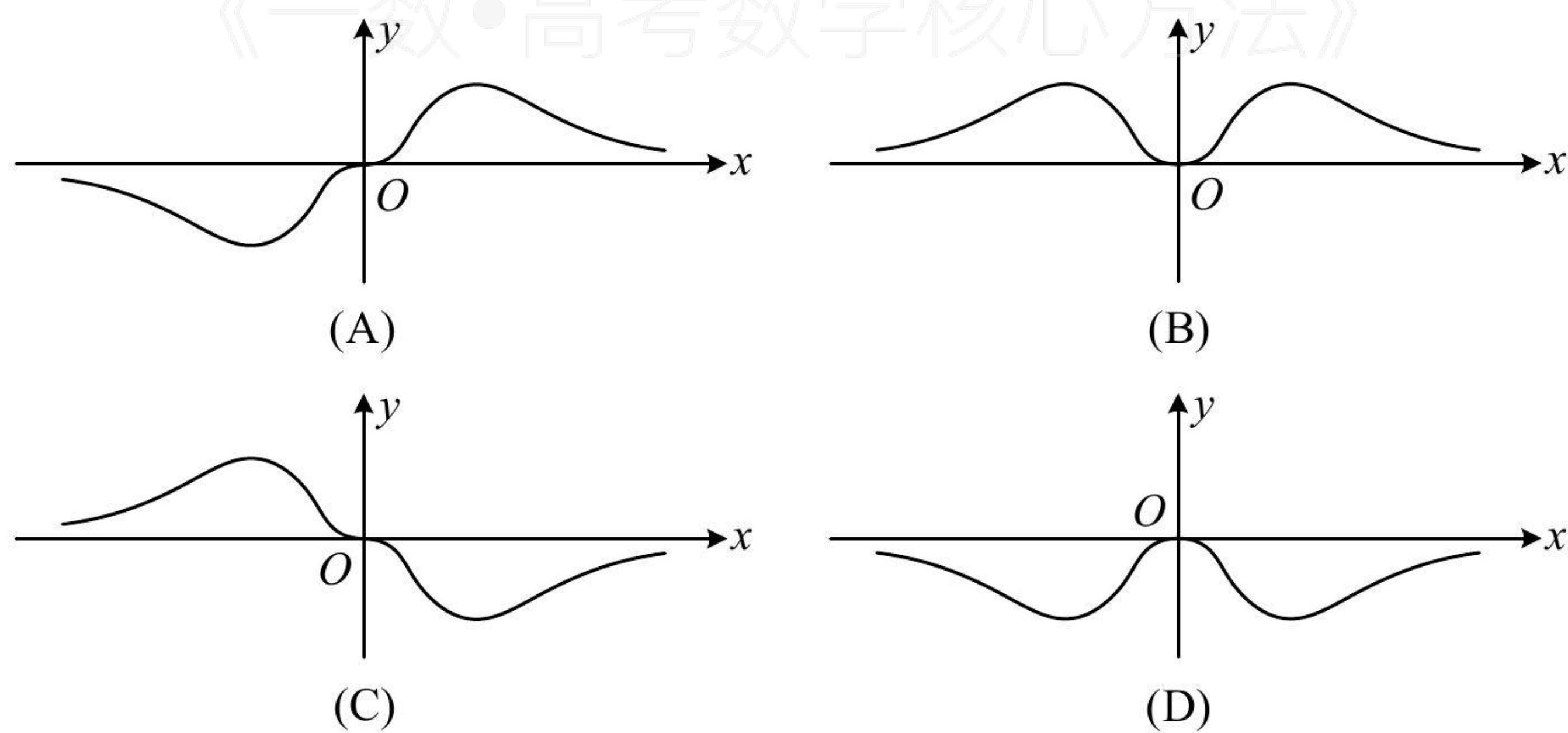
答案: A

解析: A、B 为奇函数, C、D 为偶函数, 从奇偶性能排除两个选项, 记 $f(x) = x \cos x + \sin x$,

则 $f(-x) = (-x) \cos(-x) + \sin(-x) = -x \cos x - \sin x = -f(x) \Rightarrow f(x)$ 为奇函数, 排除 C、D;

选项 A 和 B 的差异是函数值的正负, $f(\pi) = \pi \cos \pi + \sin \pi = -\pi < 0$, 排除 B, 选 A.

2. (2022·湖北月考·★) 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3^x + 3^{-x}}$ 的部分图象大致为 ()



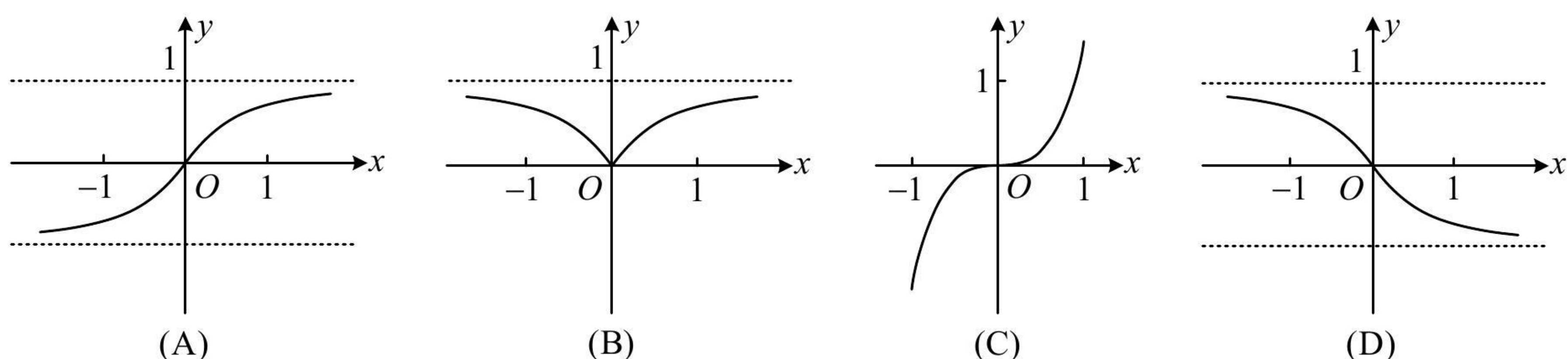
答案: A

解析: A、C 为奇函数, B、D 为偶函数, 可通过判断奇偶性排除两个选项,

由题意, $f(-x) = \frac{(-x)^3}{3^{-x} + 3^x} = -\frac{x^3}{3^x + 3^{-x}} = -f(x) \Rightarrow f(x)$ 为奇函数, 排除 B、D;

选项 A、C 的差别是函数值的正负, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{x^3}{3^x + 3^{-x}} > 0$, 排除 C, 选 A.

3. (2022·衢州期末·★★) 函数 $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^{|x|}}$ 的部分图象大致为 ()



答案：A

解析：选项A、C、D是奇函数的图象，B是偶函数的图象，先看奇偶性，

$$f(-x) = \frac{2^{-x} - 2^x}{2^{-|x|}} = -\frac{2^x - 2^{-x}}{2^{|x|}} = -f(x) \Rightarrow f(x) \text{ 是奇函数，排除 B；}$$

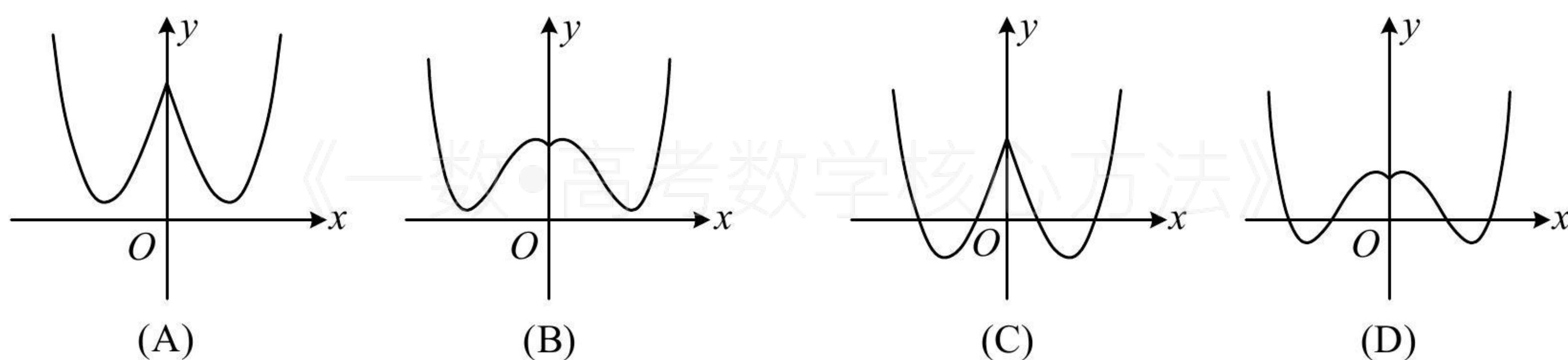
选项A、C、D函数值的正负有差异，所以再判断函数值的正负，

当 $x > 0$ 时， $x > -x$ ，所以 $2^x > 2^{-x}$ ，从而 $2^x - 2^{-x} > 0$ ，又 $2^{|x|} > 0$ ，所以 $f(x) > 0$ ，排除 D；

选项A、C怎么区分？二者在 x 趋于无穷时的变化趋势不同，可以分析极限，

$$\text{当 } x \rightarrow +\infty \text{ 时， } f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^{|x|}} = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x} = 1 - 2^{-2x} \rightarrow 1, \text{ 排除 C，选 A.}$$

4. (2022·浙江期中·★★★★) 已知函数 $f(x) = e^{|x|} - 2x^2$ ，则 $f(x)$ 的图象可能是 ()



答案：D

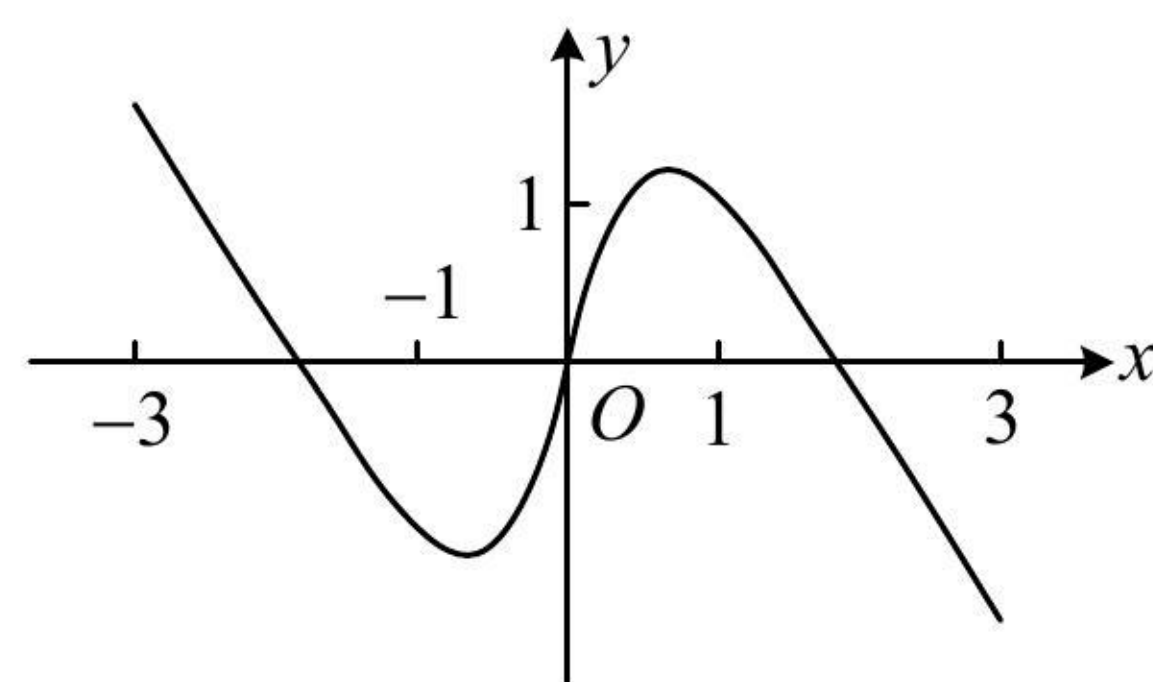
解析：四个图象都关于 y 轴对称，所以本题从奇偶性无法排除选项，四个图象有两点差异我们要抓住，第一，函数值有没有负的；第二， $x=0$ 附近的单调情况；下面分别考虑，

注意到 $f(2) = e^2 - 8 < 0$ ，所以函数值有负的，排除 A、B；另一方面，当 $x > 0$ 时， $f(x) = e^x - 2x^2$ ，

所以 $f'(x) = e^x - 4x$ ，从而 $f'(0^+) = 1 > 0$ ，故 $f(x)$ 在 y 轴右侧应先 \nearrow ，排除 C，选 D.

5. (2022·全国乙卷·★★★★) 右图是下列四个函数中的某个函数在 $[-3, 3]$ 的大致图象，则该函数是 ()

(A) $y = \frac{-x^3 + 3x}{x^2 + 1}$ (B) $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$ (C) $y = \frac{2x \cos x}{x^2 + 1}$ (D) $y = \frac{2 \sin x}{x^2 + 1}$



答案：A

解析：先看看能从所给图象上挖掘出一些什么样的性质，再来验证选项是否满足这些性质，

从图象可以看出，当 $x=3$ 时， $y<0$ ，选项 B、D 不满足这一点，排除掉；

那 A、C 两个选项怎么选呢？图中还标了 $x=1$ 这个位置，可以用 $(0,1)$ 上函数值的情况来鉴别，

对于选项 C，当 $0<x\leq 1$ 时， $\frac{2x}{x^2+1} = \frac{2}{x+\frac{1}{x}} \leq \frac{2}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}} = 1$ ， $0<\cos x<1$ ，所以 $y = \frac{2x\cos x}{x^2+1} < 1$ ，

与图象不符，排除掉，故选 A。（此处也可直接计算 $x=1$ 处的函数值来排除选项 C）